



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho $P(A) = \frac{2}{5}; P(B) = \frac{2}{3}; P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tính $P(A|B)$.

Lời giải

Trả lời: 0,85

Ta có $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{17}{30}$.

Suy ra $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{17}{20}$.

Câu 2: Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Cho hai biến cố A: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 6" và B: "Con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm". Tính số kết quả thuận lợi cho biến cố A khi biến cố B xảy ra.

Lời giải

Trả lời: 4

Tập hợp các kết quả làm cho biến cố B xảy ra là: $B = \{(4;1); (4;2); (4;3); (4;4); (4;5); (4;6)\}$

Trong 6 kết quả đồng khả năng xảy ra này thì có 4 kết quả $(4;3); (4;4); (4;5); (4;6)$ là thuận lợi cho biến cố A.

Câu 3: Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi đen và 2 viên bi trắng. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đen và 5 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A: "Viên bi lấy ra lần thứ nhất là bi đen";

Và B: "Viên bi lấy ra lần thứ hai là bi trắng".

Biết rằng biến cố A xảy ra, tính xác suất của biến cố B.

Lời giải

Trả lời: 0,5

Nếu biến cố A xảy ra thì bạn An lấy viên bi đen từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai. Khi đó hộp thứ hai có 5 viên bi đen và 5 viên bi trắng.

Do đó, xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{1}{2} = 0,5$.

Câu 4: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,41

Gọi A: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

và B: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} \approx 0,41$

Câu 5: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,29

Gọi A: “rút ra được câu hỏi lý thuyết”

và B: “rút ra được câu khó”

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

Ta có:

$$P(A) = \frac{13}{40}$$

$$P(B) = \frac{17}{40}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{40}$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17} \approx 0,29$$

Câu 6: Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,27

Gọi A: “ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm”

và B: “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10”

Ta có:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$

Biến cố B có các trường hợp $\{(4;6), (6;4), (5;5), (5;6), (6;5), (6;6)\}$

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $\{(5;5), (5;6), (6;5)\}$ có xác suất là: $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11} \approx 0,27$$

Câu 7: Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,33

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng:

(trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A là biến cố “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”;

B là biến cố “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”.

$$P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}.$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}.$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3} \approx 0,33.$$

Câu 8: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố C : “Hai viên bi lấy ra khác màu”. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,46

Gọi A là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh”

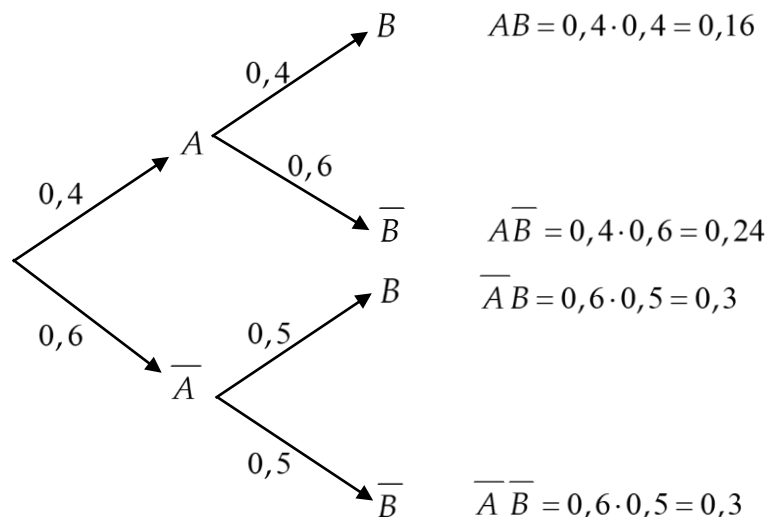
Gọi B là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ”

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{4}{10} = 0,4; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B|A) = \frac{4}{10} = 0,4; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{5}{10} = 0,5; P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$$

Ta có sơ đồ cây



Dựa vào sơ đồ cây, ta có $P(C) = P(AB) + P(\bar{A}\bar{B}) = 0,16 + 0,3 = 0,46$.

Câu 9: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

Câu 10: Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách $30m$; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách $40m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

Lời giải

Trả lời: 0,75

Gọi A là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ hai”

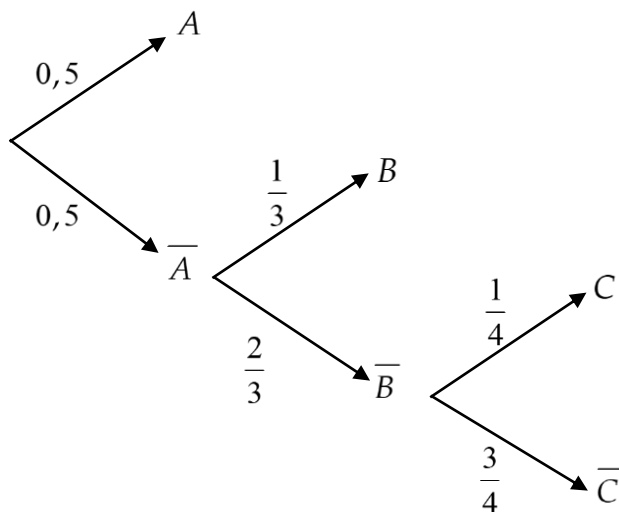
Gọi C là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ ba”

Ta có: $P(A) = 0,5$

Vì xác suất bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn nên ta có

$$P(B|\overline{A}) = \frac{20 \cdot 0,5}{30} = \frac{1}{3}; \quad P(C|\overline{A} \cdot \overline{B}) = \frac{20 \cdot 0,5}{40} = \frac{1}{4}$$

Ta có sơ đồ cây



Xác suất để người thợ săn bắn được thỏ là

$$P(A) + P(\overline{A}B) + P(\overline{A}\overline{B}C) = 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} + 0,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = 0,75.$$

Câu 11: Quần Jean Pier Cardin trước khi xuất khẩu qua thị trường Châu Âu phải qua 2 lần kiểm tra. Nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 97% sản phẩm làm ra qua được đợt kiểm tra thứ nhất và 95% sản phẩm qua được đợt kiểm tra thứ nhất tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để một chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. *Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.*

Lời giải

Trả lời: 0,92

Gọi A, B lần lượt là biến cố chiếc áo đó qua được vòng một và vòng hai. Khi đó $P(A) = 0,97$ và $P(B|A) = 0,95$. Xác suất để chiếc áo đó đủ điều kiện xuất khẩu chính là $P(AB)$.

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A)P(B|A) = 0,97 \cdot 0,95 = 0,92.$$

Câu 12: Trong danh sách đạt giải môn toán cấp thành phố của thành phố Hà Nội có 30% là học sinh nữ và 24% học sinh đạt giải là học sinh nữ lớp 12. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong danh sách. Biết học sinh đó là nữ, tính xác suất để học sinh đó không phải lớp 12.

Lời giải

Trả lời: 0,2

Gọi A là biến cố học sinh được chọn là nữ, B là biến cố học sinh được chọn học lớp 12. Khi đó $P(AB) = 0,24$. Theo yêu cầu bài toán, ta cần tính $P(\overline{B}|A)$.

Vì $\overline{B}A$ và BA là hai biến cố xung khắc và $\overline{B}A \cup BA = A$ nên $P(\overline{B}A) = P(A) - P(BA) = 0,06$.

$$\text{Ta có: } P(\overline{B}|A) = \frac{P(\overline{B}A)}{P(A)} = \frac{0,06}{0,3} = 0,2.$$

Câu 13: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,7$ và $P(A|B) = 0,4$. Tính $P(A|\bar{B})$. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 0,73

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(AB) = 0,7 \cdot 0,4 = 0,28.$$

Vì hai biến cố $\bar{A}B$ và AB xung khắc và $\bar{A}B \cup AB = A$ nên:

$$P(\bar{A}B) + P(AB) = P(A) \Rightarrow P(\bar{A}B) = 0,5 - 0,28 = 0,22.$$

$$\text{Ta có: } P(A|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{B})} = \frac{0,22}{1-0,7} = \frac{11}{15} \approx 0,73.$$

Câu 14: Cho hai biến cố A, B có $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Tính $P(A|B)$. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 0,69

$$\text{Ta có } P(A|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{B})} \Rightarrow P(\bar{A}B) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12.$$

Vì hai biến cố $\bar{A}B$ và AB xung khắc và $\bar{A}B \cup AB = A$ nên:

$$P(\bar{A}B) + P(AB) = P(A) \Rightarrow P(AB) = 0,6 - 0,12 = 0,48.$$

$$\text{Ta có: } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,48}{0,7} = \frac{24}{35} \approx 0,69.$$

Câu 15: Một thư viện có 35% tổng số sách là sách khoa học, 14% tổng số sách là sách khoa học tự nhiên. Chọn ngẫu nhiên một quyển sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách khoa học tự nhiên, biết rằng đó là quyển sách về khoa học.

Lời giải

Trả lời: 0,4

Gọi A là biến cố “Sách được chọn là sách khoa học” và B là biến cố “Sách được chọn là sách khoa học tự nhiên”. Suy ra $P(A) = 0,35$ và $P(B) = 0,14$.

$$\text{Do } B \cap A = B \text{ nên xác suất cần tính là: } P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{0,14}{0,35} = 0,4.$$

Câu 16: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,8$ và $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(\bar{A}B)$ và $P(A|B)$. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 0,38

$$\text{Ta có: } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}B) = P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1.$$

Do AB và $\bar{A}B$ là hai biến cố xung khắc và $AB \cup \bar{A}B = A$ nên ta có:

$$P(AB) = P(A) - P(\bar{A}B) = 0,4 - 0,1 = 0,3 \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,8} = 0,375 \approx 0,38.$$

Câu 17: Thư viện trường THPT Chuyên có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

Lời giải

Trả lời: 0,3

Gọi A là biến cố “Sách được chọn là sách tiểu thuyết”,

B là biến cố “Sách được chọn là quyển sách về Văn học”.

AB là biến cố “Sách được chọn là sách Văn học và là sách tiểu thuyết”

Theo đề ta có $P(A) = 0,18$; $P(B) = 0,6$; $P(AB) = P(A) = 0,18$.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,6} = \frac{3}{10}$$

Vậy xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học là $\frac{3}{10}$.

Câu 18: Cho hai biến cố A và B có $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7$; $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(\bar{A}\bar{B})$ và $P(A|B)$.
Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 0,64

Ta có $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,6$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,3$

Theo công thức nhân xác suất $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{B}).P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,3.0,5 = 0,15$

Vì $\bar{A}\bar{B}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\bar{A}\bar{B} \cup AB = A$ nên suy ra

$$P(AB) = P(A) - P(\bar{A}\bar{B}) = 0,6 - 0,15 = 0,45$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,45}{0,7} = \frac{9}{14}$$

Câu 19: Cầu thủ C có tỷ lệ sút penalty không dẫn đến bàn thắng là 25% và tỷ lệ sút penalty bị thủ môn cản phá là 20%. Cầu thủ C sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ C, biết rằng cầu thủ C sút không dẫn đến bàn thắng.

Lời giải

Trả lời: 0,8

Gọi A là biến cố “Cầu thủ C sút penalty không dẫn đến bàn thắng” và B là biến cố “Cầu thủ C sút penalty bị thủ môn cản phá”.

Ta có $P(A) = 0,25$ và $P(B) = 0,2$.

Ta có $B \subset A$ nên $P(BA) = P(B) = 0,2$.

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8.$$

Câu 20: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$, $P(A|B) = 0,7$. Tính $P(A|\bar{B})$.

Lời giải

Trả lời: 0,95

Ta có $P(B) = 0,6$ suy ra $P(\bar{B}) = 0,4$ và $P(AB) = P(B).P(A|B) = 0,6.0,7 = 0,42$.

Vì AB và $\overline{AB}$ là hai biến cố xung khắc và $AB \cup \overline{AB} = A$ nên ta có:

$$P(\overline{AB}) = P(A) - P(AB) = 0,8 - 0,42 = 0,38.$$

$$\text{Vậy } P(A|\overline{B}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{B})} = \frac{0,38}{0,4} = 0,95.$$

Câu 21: Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6, biết rằng có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt ba chấm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Lời giải

Trả lời: 0,45

Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6”.

Gọi B là biến cố: “Có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”.

Ta có: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

$$AB = \{(1;3); (3;1); (2;3); (3;2); (3;3)\} \Rightarrow P(AB) = \frac{5}{36}$$

$$\overline{B} = \{(a;b) | a, b \in \{1;2;4;5;6\}\} \Rightarrow n(\overline{B}) = 5.5 = 25$$

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{5}{11} \approx 0,45.$$

Câu 22: Trường THPT thống kê số học sinh khối 11 đoạt giải từ 450 học sinh tham gia thi học sinh giỏi cấp tỉnh từ các lớp xã hội và ban tự nhiên. Kết quả được tổng hợp trong bảng sau.

	LỚP XÃ HỘI	LỚP TỰ NHIÊN
ĐOẠT GIẢI	115	80
KHÔNG ĐOẠT GIẢI	135	120

Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia thi học sinh giỏi cấp tỉnh. Tính xác suất để học sinh đó học lớp tự nhiên và đoạt giải. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Trả lời: 0,4

$$n(\Omega) = 450.$$

Gọi A : “Học sinh đạt giải học sinh giỏi”, B : “Học sinh đó học lớp tự nhiên”.

Khi đó AB : “Học sinh đạt giải học sinh giỏi và học sinh đó học lớp tự nhiên”.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{80+120}{450} = \frac{4}{9}.$$

$$P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{80}{450} = \frac{8}{45}.$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Câu 23: Trong một xưởng sản xuất có 800 bóng đèn, qua kiểm nghiệm chất lượng người ta thấy trong đó có 750 bóng đèn tốt và 50 bóng đèn kém không đạt chất lượng. Các bóng đèn tốt có 3 màu: đỏ, trắng, xanh và số bóng đèn màu đỏ chiếm 40%. Chọn ra ngẫu nhiên một bóng trong 800 bóng đèn. Xác suất để bóng đèn được chọn có màu đỏ, biết rằng bóng đèn đó tốt là?

Lời giải

Trả lời: 0,4

Xét các biến cố sau:

A:” Bóng được chọn có màu đỏ.”

B:” Bóng được chọn là bóng tốt.”

Số bóng đèn tốt có màu đỏ là: $750.40\% = 300$ bóng.

Số bóng đèn tốt là: 750 bóng.

Do đó, xác suất để bóng đèn được chọn có màu đỏ, biết rằng bóng đèn đó tốt là:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{300}{750} = \frac{2}{5}.$$

Câu 24: Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 5 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng. (làm tròn đến kết quả phần chục).

Lời giải

Trả lời: 0,4

Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i . ($i = I, II, III$)

B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là x thùng ($x > 0$).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x$; $3x$.

$$\text{Từ đó, ta có } P(A_1) = \frac{6}{10}; P(A_2) = \frac{3}{10}; P(A_3) = \frac{1}{10}$$

Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1).P(B|A_1) + P(A_2).P(B|A_2) + P(A_3).P(B|A_3) \\ &= \frac{6}{10} \times \frac{C_5^2 C_{19}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{3}{10} \times \frac{C_3^2 C_{21}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{1}{10} \times \frac{C_4^2 C_{20}^8}{C_{24}^{10}} = 0,4 \end{aligned}$$

Câu 25: Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 4 chiếc bút bi đỏ, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút trong hộp không trả lại. Sau đó, bạn Nam lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút trong 10 chiếc bút còn lại. Xác suất để An lấy được bút bi đỏ và Nam lấy được bút bi xanh bằng $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a - b$ bằng

Lời giải

Trả lời: -41.

Gọi A : “An lấy được bút bi đỏ”, B : “Nam lấy được bút bi xanh”.

$$\text{Ta có } n(A) = 4, P(A) = \frac{4}{11}.$$

Nếu A xảy ra, tức là An lấy được bút bi đỏ thì trong hộp còn 10 chiếc bút bi với 7 chiếc bút bi xanh. suy ra $P(B|A) = \frac{7}{10}$. Do đó, $P(A \cap B) = P(A).P(B|A) = \frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} = \frac{14}{55}$.

Từ đó, ta có $a = 14, b = 55 \Rightarrow a - b = -41$.

Câu 26: Một hộp gồm 8 bi trắng và 2 bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi viên bi và hoàn lại. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Tính xác suất lần thứ hai bốc được bi đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,22

Xét 2 biến cố

A: "Lần thứ hai bốc được bi đỏ".

B: "Lần thứ nhất bốc được bi trắng".

Khi đó, xác suất để lần thứ hai bốc được bi đỏ biết lần thứ nhất bốc được bi trắng là xác suất có điều kiện

$$P(A|B)$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = \frac{2}{9} \approx 0,22$$

Câu 27: Trong một cái hộp đựng 11 chiếc thẻ giống hệt nhau được đánh số từ 1 đến 11 (mỗi thẻ ghi một số). Bạn An rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ và không hoàn lại, sau đó bạn Bình rút ngẫu nhiên một chiếc trong 10 thẻ còn lại trong hộp. Tính xác suất để An đã rút được thẻ mang số lẻ và Bình rút được thẻ ghi số chẵn (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,27

Gọi biến cố A: "An rút được thẻ mang số lẻ".

B: "Bình rút được thẻ mang số chẵn".

Ta cần tính $P(AB)$

Ta có $P(A) = \frac{6}{11}$. Nếu A xảy ra tức là bạn An rút được thẻ ghi số lẻ thì trong hộp chỉ còn 10

chiếc thẻ với 5 thẻ ghi số chẵn. Vậy $P(B|A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{11} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{11}$.

Làm tròn đến hàng phần trăm là 0,27

Câu 28: Một bình đựng 3 bi xanh và 2 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên lần 1 một viên bi (không hoàn lại), rồi lần 2 một viên bi. Tính xác suất để lần 1 lấy một viên bi xanh, lần 2 lấy một viên bi trắng.

Lời giải

Đáp án: 0,3

Gọi A là biến cố "Lần 1 lấy một viên bi xanh". Khi đó $P(A) = \frac{3}{5}$.

Gọi B là biến cố "Lần 2 lấy một viên bi trắng".

Gọi C là biến cố "Lần 1 lấy một viên bi xanh, lần 2 lấy một viên bi trắng".

Nếu A đã xảy ra thì trong bình chỉ còn 2 bi xanh, 2 bi trắng. Khi đó $P(B|A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Mà $C = AB$. Do đó theo công thức nhân ta có:

$$P(C) = P(AB) = P(A)P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Câu 29: Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	572	2440

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả đến chữ + số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Lời giải

Trả lời: 0,19

$$n(\Omega) = 5000.$$

Gọi A là biến cố: “Người đó bị viêm phổi”

Gọi B là biến cố: “Người đó không nghiện thuốc lá”

Khi đó AB là biến cố: “Người đó bị viêm phổi và không nghiện thuốc lá”. Vậy

$$n(AB) = 572 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{572}{5000}.$$

Ta có $572 + 2440 = 3012$ người không nghiện thuốc lá $\Rightarrow n(B) = 3012$.

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3012}{5000} = \frac{753}{1250}.$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{572}{3012} = \frac{143}{753} \approx 0,19.$$

Câu 30: Một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn, lấy không trả lại về hộp. Tính xác suất để lần thứ 2 lấy được bóng bàn loại II biết rằng lần thứ nhất lấy được bóng bàn loại II. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,05

Xét các biến cố:

A: “Lần thứ nhất lấy được bóng bàn loại II”.

B: “Lần thứ hai lấy được bóng bàn loại II”.

$$\text{Suy ra: } P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}; P(AB) = \frac{2 \cdot 1}{20 \cdot 19} = \frac{1}{190}.$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{19}.$$

Câu 31: Lớp 10A có 40 học sinh trong đó các bạn đều biết chơi ít nhất một trong hai loại đàn là organ và guitar, trong đó có 27 bạn biết chơi đàn organ, 25 bạn biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Tính xác suất chọn được bạn biết chơi đàn organ, biết bạn đó chơi được đàn guitar.

Lời giải

Trả lời: 0,48

Xét các biến cố:

A: “Chọn được bạn biết chơi đàn organ”.

B: “Chọn được bạn biết chơi đàn guitar”.

$$\text{Khi đó: } P(A) = \frac{27}{40}, P(B) = \frac{25}{40}, P(A \cup B) = 1.$$

$$\text{Suy ra } P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{3}{10}.$$

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{12}{25}$.

Câu 32: Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách 20m với xác suất trúng thỏ là 0,5, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách 30m, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách 50m. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,73

Gọi A_k là biến cố: “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ k ”, $k = 1, 2, 3$.

Theo đầu bài ta có: $P(A_1) = 0,5$; $P(A_2 | \bar{A}_1) = \frac{20 \times 0,5}{30} = \frac{1}{3}$; $P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2) = \frac{20 \times 0,5}{50} = \frac{1}{5}$.

Gọi A là biến cố: “Người thợ săn bắn trúng thỏ”. Khi đó: $A = A_1 \cup \bar{A}_1 A_2 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3$.

Vì 3 biến cố $A_1, \bar{A}_1 A_2, \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3$ xung khắc từng đôi nên:

$$P(A) = P(A_1) + P(\bar{A}_1 A_2) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3).$$

$$\begin{aligned} \text{Theo công thức nhân xác suất } P(\bar{A}_1 A_2) &= P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2 | \bar{A}_1) = [1 - P(A_1)] \cdot P(A_2 | \bar{A}_1) \\ &= (1 - 0,5) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Theo công thức nhân xác suất

$$\begin{aligned} P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) &= P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2 | \bar{A}_1) \cdot P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2) \\ &= [1 - P(A_1)] \cdot P[1 - P(A_2 | \bar{A}_1)] \cdot P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2) = (1 - 0,5) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó: } P(A) = 0,5 + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = \frac{11}{15}.$$

Câu 33: Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chiếc bề ngoài giống hệt nhau trong đó chỉ có hai chiếc mở được cửa kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra khỏi chùm chìa khóa). Tìm xác suất để lần thứ ba thì anh ta mới mở được cửa. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,17

Gọi A_1 là biến cố: “Không mở được cửa ở lần thử thứ 1”

A_2 là biến cố: “Không mở được cửa ở lần thử thứ 2”

A_3 là biến cố: “Mở được cửa ở lần thử thứ 3”

Ta phải tìm: $P(A_1 A_2 A_3)$.

Theo công thức nhân xác suất ta có: $P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1) P(A_2 | A_1) P(A_3 | A_1 A_2)$.

$$\text{Ta có } P(A_1) = \frac{7}{9}; P(A_2 | A_1) = \frac{6}{8}; P(A_3 | A_1 A_2) = \frac{2}{7}.$$

$$\text{Do đó: } P(A_1 A_2 A_3) = \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{6}.$$

Câu 34: Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho bạn Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,87

Gọi E_1 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có 10 câu trong đó 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi E_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có 10 câu trong đó có 8 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

E_1, E_2 tạo thành một nhóm biến cố đầy đủ.

Gọi B là biến cố bạn Bình rút được một câu thuộc bài

Khi đó $B = (E_1 \cap B) \cup (E_2 \cap B)$

$$\Rightarrow P(B) = P(E_1)P(B|E_1) + P(E_2)P(B|E_2)$$

$$P(E_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{3} \quad P(E_2) = \frac{C_5^1}{C_{15}^1} = \frac{1}{3}$$

$$P(B|E_1) = \frac{C_9^1}{C_{10}^1} = \frac{9}{10} \quad P(B|E_2) = \frac{C_8^1}{C_{10}^1} = \frac{4}{5}$$

$$P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{13}{15}$$

Câu 35: Giả sử bạn đang xét một căn bệnh hiếm gặp. Tỷ lệ mắc bệnh trong dân số là 0.5%. Có một xét nghiệm cho căn bệnh này, và xét nghiệm này có các đặc tính sau:

- Nếu người bệnh mắc bệnh, thì xét nghiệm dương tính với xác suất 98%.

- Nếu người bệnh không mắc bệnh, thì xét nghiệm âm tính với xác suất 95%.

Một bác sĩ thực hiện xét nghiệm cho một người có kết quả xét nghiệm là dương tính?. Tính xác suất người đó mắc bệnh. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,09

Gọi B là biến cố người đó mắc bệnh, $\bar{B}$ là biến cố người đó không mắc bệnh

Khi đó xác suất mắc bệnh là $P(B) = 0,005$

Xác suất không mắc bệnh là: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,995$

Gọi T là biến cố xét nghiệm dương tính, $\bar{T}$ là biến cố xét nghiệm âm tính

Xác suất xét nghiệm dương tính khi mắc bệnh: $P(T|B) = 0,98$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi mắc bệnh là: $P(\bar{T}|B) = 1 - P(T|B) = 0,02$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi không mắc bệnh: $P(\bar{T}|\bar{B}) = 0,95$

Xác suất xét nghiệm dương tính khi không mắc bệnh: $P(T|\bar{B}) = 1 - P(\bar{T}|\bar{B}) = 0,05$

Xác suất để người được xét nghiệm có kết quả dương tính là

$$P(T) = P(T|B) \cdot P(B) + P(T|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = (0,98 \cdot 0,005) + (0,05 \cdot 0,995) = 0,05465$$

$$\text{Xác suất người đó mắc bệnh là } P(B|T) = \frac{P(T|B) \cdot P(B)}{P(T)} = \frac{0,98 \cdot 0,005}{0,05465} = \frac{98}{1093}$$

Câu 36: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2-n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

Câu 37: Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 60%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 15%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?

Lời giải

Trả lời: 3,6

Gọi A là biến cố “ Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn ”.

B : “ Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách ”.

AB : “ Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn và đội mũ bảo hiểm đúng cách ”.

Theo đề ra ta có $P(AB) = 15\% = 0,15$

$$P(B) = 90\% = 0,9$$

$$P(A) = 60\% = 0,6$$

Xác suất để HS bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn, biết HS đó đã đội mũ bảo hiểm đúng cách là

$$\text{P } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,9} = \frac{1}{6}$$

Vậy việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn số lần là $\frac{0,6}{\frac{1}{6}} = 3,6$ lần.

Câu 38: Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.

Tỉ lệ học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 6,67

Gọi A là biến cố “ Học sinh đạt điểm giỏi ”.

B : “Học sinh thức dậy sớm để học bài”.

AB : “Học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài”.

Theo đề ra ta có $P(AB) = 20\% = 0,2$.

$P(B) = 30\% = 0,3$.

$P(A) = 10\% = 0,1$.

Xác suất để HS đạt điểm giỏi, biết HS đó đã dậy sớm học bài là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$$

Vậy thói quen thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên số lần là

$$\frac{\frac{2}{3}}{0,1} = \frac{20}{3} \approx 6,67 \text{ lần.}$$